

Partiel 2018 : Physique Atomique et Moléculaire

Jeudi 9 novembre 2018

TOUT DOCUMENT ET APPAREIL CONNECTÉ INTERDIT

Question de cours

Citer les différents termes de correction à l'origine de la *structure fine*, et expliquer brièvement leur origine physique. Expliquer lesquels contribuent pour des états $l = 0$ et $l \neq 0$.

Exercice 1 : interaction spin-orbite dans l'atome d'hydrogène

On considère l'atome d'hydrogène dans son état $2p$.

1. Dans le cadre du modèle de Bohr, donner les nombres quantiques associés à cet état, ainsi que son énergie. En incluant le spin de l'électron, quel est la dimensionnalité de l'espace de Hilbert correspondant à cet état ?
2. Donner la base de cet espace de Hilbert, en faisant apparaître les nombres quantiques associés au moment cinétique l , au spin s ainsi qu'à leurs projections sur l'axe Oz (base dite 'découplée').
3. Considérant la somme $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$, donner la base dite 'couplée' faisant apparaître le vecteur \mathbf{j} et les valeurs propres de sa composante sur l'axe Oz .
4. En supposant que le Hamiltonien de structure fine peut se ramener au seul terme de couplage spin-orbite donné par $\hat{H}_{SO} = a \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$, calculer la correction énergétique de l'état $2p$ en unités de $a\hbar^2$ en théorie des perturbations au *premier ordre*. Donner les nombres quantiques et dégénérescences des états impliqués. Faire un schéma énergétique.

Exercice 2 : effet de taille du noyau

Nous nous placerons dans le cadre de la théorie des perturbations *indépendante du temps* afin d'évaluer l'importance de l'effet de taille du noyau sur les niveaux d'énergie. On considèrera un potentiel coulombien écranté de la forme :

$$V(r) = \begin{cases} -\frac{e^2}{r} & \text{pour } r > r_0 \\ -\frac{e^2}{r_0} & \text{pour } r < r_0 \end{cases}$$

1. Le Hamiltonien se met sous la forme $H_{\text{tf}} = H_0 + W$, avec H_0 le Hamiltonien non perturbé de l'atome d'hydrogène. Donner l'expression de la perturbation W dans les différentes régions de l'espace.
2. Donner les valeurs propres du Hamiltonien non-perturbé H_0 pour les états $2s$ et $2p$.
3. En utilisant la théorie de perturbation *au premier ordre*, calculer l'effet de la perturbation W sur les niveaux $2s$ et $2p$ de l'atome d'hydrogène. Dans ce cas, on considèrera $r_0 \ll a_0$, ainsi que les approximations $R_{nl}(r) \approx R_{nl}(0)$ pour $0 < r < r_0$.

Données :

$$R_{20}(r) = 2 \left(\frac{1}{2a_0} \right)^{3/2} \left(1 - \frac{r}{2a_0} \right) e^{-\frac{r}{2a_0}}$$

$$R_{21}(r) = \left(\frac{1}{3} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{2a_0} \right)^{3/2} \left(\frac{r}{a_0} \right) e^{-\frac{r}{2a_0}}$$

TSVP.

Exercice 3 : état fondamental du deutérium

Le deutérium est un isotope de l'hydrogène dont le noyau est constitué d'un proton et d'un neutron (de masse supposée identique à celle du proton, de spin $1/2$, mais de charge nulle). On admettra qu'en absence des interactions de spin, le système peut être décrit similairement à un atome d'hydrogène dont la masse réduite du mouvement orbital serait remplacée par celle du couple *électron - noyau*. On étudiera alors l'état fondamental donné par la seule structure hyperfine.

1. Expliquer pourquoi l'état $1s$ ne présente pas d'interaction spin-orbite.
2. Pour l'état $1s$, le moment cinétique total est donné par $\mathbf{F} = \mathbf{s} + \mathbf{I}$ avec $\mathbf{I} = \mathbf{I}_p + \mathbf{I}_n$ la somme des spins du proton et du neutron. L'interaction entre ces spins peut s'écrire : $\hat{H}_{pn} = A \mathbf{I}_p \cdot \mathbf{I}_n / \hbar^2$ avec $A < 0$. Montrer que l'état fondamental correspond alors à $I = 1$.
3. Donner les valeurs possibles de F et m_F pour l'état fondamental du deutérium.